

La problématique de la gestion du risque d'erreur dans les tests d'hypothèses.

Hiérarchie des concepts et obstacles didactiques

Eric DEPIEREUX, Grégoire VINCKE et Anne-Cécile WAUTHY
(Facultés universitaires N.-D. de la Paix, Namur)

Le dispositif didactique que nous avons mis en place, essentiellement basé sur un site d'auto-apprentissage présenté au premier Colloque Francophone International sur l'Enseignement de la Statistique (Lyon 2008) échoue toujours sur un point fondamental, qui est la gestion des probabilités α et β liées aux erreurs de type I et II. Suite à une expérience qui se solde par une acceptation de l'hypothèse nulle, à la question « Vous prétendez qu'il n'y a pas d'effet du facteur étudié, quelle est votre probabilité de vous tromper ? » la réponse est presque invariablement 5% (le seuil alpha) ou, pire encore, 95%. L'analyse des réponses aux questions posées aux étudiants nous incline à penser que l'obstacle didactique est lié à une hiérarchie de concepts.

Devant la double négation, la difficulté se situe dans le registre linguistique. Il s'agit pourtant d'une des clés du raisonnement : si je me trompe en acceptant H_0 , H_0 est fautive et donc le modèle construit sous H_0 est faux. La probabilité α est déterminée à partir de ce faux modèle, donc la probabilité de se tromper est inconnue.

Devant l'absence d'évidence expérimentale, l'étudiant se trouve confronté à une difficulté qui est dans le registre de la logique. Il s'agit de faire la différence entre une évidence positive (solide) et négative (fragile).

Enfin, lorsqu'il s'agit de modéliser le risque d'erreur en référence aux modèles probabilistes, par exemple pour fixer la taille d'un échantillon nécessaire pour mettre en évidence une différence de moyenne delta avec une confiance $1 - \alpha$ et une puissance $1 - \beta$, étant donné une variance, l'étudiant est confronté aux problèmes des ostensifs « distribution gaussienne » et « tables de probabilités ». Cette maîtrise implique une nouvelle hiérarchie d'obstacles.

La « courbe en cloche » est un ostensif essentiel sur lequel se base l'essentiel du cadre technologique du test d'hypothèses sur les moyennes. Toutefois, il repose sur une notion relativement complexe, qui est celle de la fonction de densité de probabilité, qui permet de représenter la probabilité de se trouver entre deux valeurs d'abscisse comme la surface sous la courbe comprise entre ces deux valeurs. L'accès à l'information opérationnelle (la probabilité de se trouver entre deux valeurs d'abscisse) ne peut s'obtenir que par le recours à l'intégration numérique. Les solutions pré-calculées sont tabulées dans un autre ostensif, qui est la table de la distribution normale réduite. Cependant, trois étapes au moins séparent ces deux ostensifs complémentaires : le concept d'intégrale, la technique d'intégration numérique et celle de réduction des données, permettant de se référer aux tables standardisées à partir d'une distribution de paramètres quelconques. Le mode de lecture des tables représente un obstacle technique supplémentaire. C'est dire que l'assimilation de la complémentarité de ces ostensifs n'est pas spontanée.